Automaty

Definujte řetězec w akceptovaný nedeterministickým rozpoznávacím automatem.
Slovo $w = x_1 x_2 \mathbf{K}\, x_n \in \Sigma^*$ je akceptováno NKA A, $\exists q_0 q_1 \mathbf{K}\, q_n: \quad q_0 \in S,\ q_n \in F,\ q_{i+1} \in d(q_i, x_{i+1})$.

Jaký je definiční obor přechodové funkce?
přech. fce : δ = Q x ∑ -> Q,
D(δ) = Q x ∑
zobecněná přech. fce. : δ* = Q x ∑* -> Q
zobecněná: D(δ*) = Q x ∑*

S pomocí zobecněné přechodové funkce definujte řetězec w zamítnutý deter. rozpoznávacím automatem.
Automat A akceptuje řetězec $w \Leftrightarrow L(A) = \{w;\ w \in \Sigma^* \wedge d^*(q_0, w) \in F\}$ v opačném případě $w \notin \Sigma^* \vee d^*(q_0, w) \notin F$.

$d^*(q_1, w) = q_2$

q_1 je počáteční stav

q_2 je stav, který není koncový.

Uveďte alespoň 3 oblasti, kde se používají automatové modely.
Umělá inteligence, logické řízení, automobilový průmysl, potravinářský průmysl, strojírenství, semafory, nápojové automaty.

Uveďte definici deterministického rozpoznávacího automatu. Vysvětlete význam všech použitých symbolů.

$A = (Q, \Sigma, d, q_0, F)$	Q	konečná neprázdná množina stavů
	Σ	konečná neprázdná množina vstupů
	$d: Q \times \Sigma \to Q$	přechodová funkce
	$q_0 \in Q$	počáteční stav
	$F \subseteq Q$	množina koncových stavů

Uveďte definici deterministického klasifikačního automatu. Vysvětlete význam všech použitých symbolů.

$A = (Q, \Sigma, d, q_0, \{Qi\})$	$\{Q_i\}$	rozklad množiny stavů
	Q	konečná neprázdná množina stavů
	Σ	konečná neprázdná množina vstupů
	$d: Q \times \Sigma \to Q$	přechodová funkce
	$q_0 \in Q$	počáteční stav

Uveďte definici Mooreova a Mealyho konečného automatu. Vysvětlete význam všech použitých symbolů.

$A = (Q, \Sigma, s, d, q_0, l)$	s	množina výstupních symbolů
výstupní funkce	$l: Q \to s$	Mooreův, hladinové výstupy, výstup je generován ve stavu
	$l: Q \times \Sigma \to s$	Mealyho, pulzní výstupy, výstup je generován při přechodu
	Q	konečná neprázdná množina stavů
	Σ	konečná neprázdná množina vstupů
	$q_0 \in Q$	počáteční stav

Uveďte definici nedeterministického konečného automatu. Vysvětlete význam všech použitých symbolů.

$A = (Q, \Sigma, d, S, F)$	$d: Q \times (\Sigma \cup \{e\}) \to P(Q)$	přechodová funkce, $P(Q)$ je množina všech podmnožin Q
	$S \subseteq Q$	množina počátečních stavů
	F Q	množina koncových stavů

nejednoznačně určený počáteční stav, nejednoznačné přechody, e – přechody

Vysvětlete rozdíl mezi klasifikačním a rozpoznávacím automatem.
Rozpoznávací automat o každém vstupním řetězci vydá odpověď ano/ne (akceptuje/zamítá)
Klasifikační automat každý řetězec zařadí do jedné z *n* tříd.
Automat s výstupní fcí. vstupní řetězec transformuje na výstupní.

Vysvětlete rozdíl mezi Mooreovým a Mealyho konečným automatem.
Mooreův, hladinové výstupy, výstup je generován ve stavu,

Mealyho, pulzní výstupy, výstup je generován při přechodu, obecnější než Moorův.

Vysvětlete rozdíl mezi přechodovou a výstupní funkcí konečného automatu.

$d : Q \times \Sigma \to Q$ určuje do jakého stavu se automat přesune v závislosti na momentálním stavu a vstupním symbolu

Výstupní funkce určuje výstupní hodnotu:

$l : Q \to s$ Mooreův, hladinové výstupy, výstup je generován ve stavu. Výstupy Moorových automatů jsou přímo kopií jeho stavů

$l : Q \times \Sigma \to s$ Mealyho, pulzní výstupy, výstup je generován při přechodu

Vysvětlete rozdíl mezi přechodovou funkcí deterministického a nedeterministického konečného automatu.

$d : Q \times \Sigma \to Q$ determi., ze stavu se přesune do stavu následujícího podle vstupního symbolu (jasně určen následující stav)

$d : Q \times (\Sigma \cup \{e\}) \to P(Q)$ nedeter., ze stavu se přesune do stavů následujících podle vstupního symbolu a *e* *(*nejednoznačný počáteční nebo následující stav, e-hrany,)

Kdy je rozpoznavaci konecny automat deterministicky?

nebudou nejednoznacne urceny pocatecni stav, nebudou nejednoznacne prechody, zadne e-prechody

Kdy nedeterministický konečný automat akceptuje e?

$S \cap F \neq \emptyset$

Reprezentace konečného automatu.

tabulka, stavový strom, stavový diagram

Co je konfigurace automatu?

Konfigurace konečného automatu *A = (Q, Σ, δ, q_0, F)* je každá uspořádaná dvojice *(q, v)*∈*Q* x Σ*, přičemž *q* je aktuální stav automatu a *v* je dosud nepřečtená část vstupního řetězce.

Dosud nezpracovaná část vstupního řetězce.

Kdy jsou dva automaty ekvivalentní?

1 $A = (Q, \Sigma, d, q_0, F)$ právě tehdy když L(A1) =L(A2)

2 $A = (Q, \Sigma, d, q_0, F)$

Jazyky a gramatiky

Co je abeceda?
Konečná neprázdná množina. Prvky se nazývají písmena.

Co je jazyk?
Libovolná množina řetězců nad neprázdnou abecedou ∑. $L \subseteq \Sigma^*$

Co je regulární množina nad abecedou A?
Množina řetězců vytvořených z A, ke které existuje konečný automat, jenž ji rozpoznává.

Definujte pojem jazyk akceptovaný automatem.
Automat $A = (Q, \Sigma, d, q_0, F)$ akceptuje jazyk $L(A) = \{w;\ w \in \Sigma^* \wedge d^*(q_0, w) \in F\}$

Definujte pojem jazyk generovaný gramatikou.
Jazyk $L(G)$ generovaný gramatikou je množina řetězců, pro něž platí: $L(G) = \left\{w;\ w \in T^* \wedge S \overset{*}{\Rightarrow} w\right\}$.

Definujte pojem přímé přepsání řetězce w na řetězec z.
$w \Rightarrow z \Leftrightarrow \exists x_1, x_2, u, v \in (N \cup T)^* : w = x_1 u x_2 \wedge z = x_1 v x_2 \wedge u \to v \in P$

Formulujte základní úlohu teorie jazyků.
Jak zjistit, zda řetězec patří do daného jazyka? [syntaktická analýza]
Překlad řetězce. [sémantická analýza, generování]

Jaké znáte způsoby popisu formálního jazyka?
slovní, společnou vlastností, výčtem
Množinový – vhodný pro jednoduché úlohy
Akceptační – automatem, který jazyk rozpoznává
Generativní – gramatikou, pravidly pro vytváření řetězců

Kdy je gramatika typu 3 v regulárním tvaru?
Máli pravidla pouze ve tvaru: $X \to aY,\ X \to e, \quad X, Y \in N, \quad a \in T$.

Obecně popište tvar pravidel gramatiky typu 2. Uveďte konkrétní pravidlo, které je typu 2 a přitom není typu 3.
bezkontextová, $X \to g, \quad X \in N, g \in (N \cup T)^*$, $S \to AB, \quad S, A, B \in N$

Uveďte a vysvětlete definici jazyka v množinovém pojetí.
Nechť Σ je konečná neprázdná množina. Jazykem L nazveme libovolnou množinu řetězců nad abecedou Σ. $L \subseteq \Sigma^*$

Uveďte alespoň 3 oblasti, kde se používá formální jazyk.
Syntaktická analýza, vyšší programovací jazyky, jednoduché úlohy umělé inteligence, lexikální analýza.

Vysvětlete rozdíl mezi uzávěrem a iterací množiny.
Uzávěr Σ^+ – množina všech neprázdných řetězců vytvořených z písmen abecedy Σ
Iterace $\Sigma^* = \Sigma^+ \cup \{e\}$ – množina všech řetězců vytvořených z písmen abecedy Σ včetně prázdného

Co je gramatika?
Uspořádaná čtveřice G = (N, T, S, P),
N....množina neterminálních symbolů
T....množina terminálních symbolů
S z N .... počáteční symbol
P....množina přepisovacích pravidel

Teorie informace

Co říká Mc Millanova věta?
Pro každé jednoznačně dekódovatelné kódování platí Kraftova nerovnost.

Co znamená, že kód opravuje t-násobné chyby? **Kdy je kód schopen opravovat t-násobné chyby?**
K opravuje t chyby $\Leftrightarrow$ vzdálenost $d(v,w) < d(x,w)$ $\forall x \in K,\ x \neq v$ při vyslání $v \in K$ a přijetí $w \in T^n$ s t-nás chybou.

Definujte diskrétní zdroj informace bez paměti a jeho redundanci, střední entropii.
Vyslání jednotlivých znaků tvoří nezávislé jevy, to jaký znak bude vyslán n-tý nezávisí na n-1 znacích vysílaných před ním.

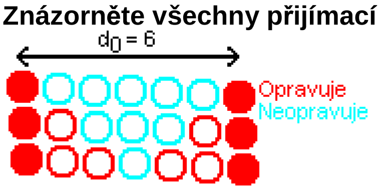
$$r = 1 - \frac{H(x)}{\log_2(n)}, \qquad H(x) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i) \cdot \log_2(p(x_i))$$

Formulujte a vysvětlete podmínku jednoznačné dekódovatelnosti.
$K^* : A^* \to B^*$ A – zdrojová abeceda, B – kódová abeceda
K^* musí být injektivní zobrazení $\Rightarrow$ každé kódové slovo má nejvýše jedno zdrojové slovo. (K je prosté zobrazení)

Jakou minimální Hammingovu vzdálenost musí mít kód, aby mohl opravovat t-násobné chyby?
$$h = (t * 2) + 1$$
$$\forall t,\quad t < d_0/2 \quad \Rightarrow \quad 2t < d_0$$

Uveďte alespoň 3 důvody, proč se používá kódování.
přizpůsobit přenášené zprávy abecedě kanálu (protokolu)
zvýšení odolnosti proti rušení *[bezpečnostní kódy]*
efektivnější využití média *[kódy s minimální střední délkou, komprese]*
utajení informace *[šifrování, kryptování]*

Zformulujte Kraftovu nerovnost. O čem vypovídá?
Při kódování *n* znaky lze sestrojit prefixový kód $\Leftrightarrow$ $\sum_{1}^{r} n^{-a_r} \leq 1$, a_i je délka i-té kódové značky. McMillanova věta.,
$$n^{-\alpha_1} + n^{-\alpha_2} + \ldots + n^{-\alpha_r} \leq 1$$

Znázorněte všechny přijímací strategie, které lze použít u kódu s minimální Hammingovou vzdáleností 6.


Jakou minimální vzdálenost musí mít kod, aby byl schopný jednonásobné chyby detekovat a dvojnásobné opravovat?
d = 3

Kódování a kódy

Co mají společného Hammingovy a Golayovy kódy?
Jsou to perfektní kódy, jejich redundance je minimální, opravují chyby, Ham. 1x, Gol. 3x.

Jak kontroluje příjemce systematického cyklického kódu přijatou značku?
Násobením s kontrolním polynomem h(x) v $T^n \quad (Z_2)$.
w(x) * **h(x)** = 0, přijatou značku vynásobí kontrolním polynomem (operace nad $T^{(N)}$)

Jak počítá příjemce lineárního kódu syndrom, na čem tento syndrom závisí?
$s = He$ =H*w, závisí pouze na chybě *e*, $e = 0 \Rightarrow s = 0, \quad s = 0 \Rightarrow e \in K$

Jak se provádí kódování informační části u systematického cyklického kódu s generujícím polynomem g(x).
délka informační části = *k*; stupeň *g(x)* = *r* ; *n=k+r; g, G* je vzestupně; *u,h,v,H* je sestupně;

$v(x) = u(x)x^{n-k} + r(x)$ $\qquad r(x) = \left(u(x)x^{n-k}\right)\% \, g(x)$ $\qquad \left(x^n \pm 1\right) \div g(x) = h(x)$

Jaký minimální počet kontrolních prvků musí mít kód, umožňující při kódování k-prvkových informačních částí opravy jednoduchých chyb?
$2^r = r + k + 1$, *r* – počet kontrolních, *k* – počet informačních, $n = k + r$ – celkový počet prvků

K čemu se používají Hammingovy a Golayovy kódy?
Hammingovy – opravují jednoduché chyby, mají minimální myslitelnou redundanci (jsou perfektní)
Golayův – perfektní kód pro trojnásobné opravy

Uveďte rozměr a vlastnosti kontrolní matice H lineárního kódu.
$n - k$ řádků, n sloupců, slovo $v \in T^{(n)}$ je kódovým slovem $\Leftrightarrow Hv = 0$, řádky jsou lineárně nezávislé

Uveďte stupeň a vlastnosti generujícího polynomu cyklického kódu.
Stupeň *r* je roven stupni g(x). $K = \left\{q(x)g(x);\, q(x) \in T^{(n)}\right\}$ všechny násobky g(x), $g(x), \mathbf{K}, x^{k-1}g(x)$ báze kódu K, dělí $\left(x^n \pm 1\right)$ beze zbytku

nesystematický – binární hodnota syndromu určuje pozici, kde došlo k chybě

Jak se provádí kódování informační části u nesystematického cyklického kódu s gen. mnohočlenem
Z informačních znaků vytvoříme polynom u(x) stupně < k. Následně
$v(x) = u(x) * g(x)$

Co znamená, že kód objevuje t-násobné chyby?
Kód **K** objevuje t-násobné chyby, jestliže při vyslání libovolného kódového slova a vzniku libovolné t-násobné chyby je přijaté slovo vždy nekódové.
Každé nenulové slovo má Hammingovu váhu ||v|| > t.

Výrokový počet

Co to znamená, že je systém axiómů úplný a bezesporný?
Úplný systém axiómů – každá výroková tautologie je formálně dokazatelná.
Bezesporný – nelze najít axiom nebo jeho negaci formálně dokazatelnou v teorii T.

Formulujte pravidlo Modus Ponens, k čemu se používá?
Je-li A a $A \rightarrow B$ výroková tautologie, je i formule B výroková tautologie.
K dokázání, že je formule výrokovou tautologií pomocí dedukce.

Jaký je rozdíl mezi formulací, která není splnitelná a kontradikcí?
Kontradikce – formule je nepravdivá pro jakékoliv pravdivostní hodnoty proměnných ve formuli.
Nesplnitelná formule – formule je nepravdivá pro alespoň jedno přiřazení pravdivostních hodnot proměnným ve formuli.

Jaký je rozdíl mezi tautologií a splnitelnou formulí?
Tautologie – formule je pravdivá pro jakékoliv pravdivostní hodnoty proměnných ve formuli
Splnitelná formule – formule je pravdivá pro alespoň jedno přiřazení pravdivostních hodnot proměnným ve formuli.

Kolik existuje různých logických funkcí 3 proměnných?
2^{2^n} => n = 3 => $2^{2^3} = 256$,

Jaký je rozdíl mezi formulací, která není splnitelná a kontradikcí?
Žádný rozdíl mezi nimi není.
Obě formule jsou nepravdivé pro libovolné pravdivostní hodnoty výrokových proměnných

Zformulujte podmínky, které musí být splněny, aby bylo platné „Formule B logicky plyne z formulí A1,A2,A3.“.
$\Leftrightarrow (A1 \wedge A2 \wedge A3) \Rightarrow B$ je výrokovou tautologií.

Jaky je rozdil mezi tautologii a kontradikci?
Tautologie je pravdivá pro jakkékoliv pravdivostní hodnoty. Kontradikce je nepravdivá pro libovolné pravdivostní hodnoty.

Co je to model teorie?
M je modelem teorie T právě tehdy, když M |= A pro všechny A € T.

Co znamená, že formule A je formálně dokazatelná v teorii T?
Konečná posloupnost formulí taková, že poslední člen je formule A a každá z předchozích formulí je buď axiom výrokového počtu nebo patří do T nebo se získá z předchozích formulí odvozením pravidel modus ponens.
značení T|-A