

Automaty

Definujte řetězec w akceptovaný nedeterministickým rozpoznávacím automatem.

Slovo $w = x_1x_2 \dots x_n$, $x_n \in \Sigma^*$ je akceptováno NKA A , $\exists q_0q_1 \dots q_n : q_0 \in S, q_n \in F, q_{i+1} \in \delta(q_i, x_{i+1})$.

Jaký je definiční obor přechodové funkce?

přech. fce : $\delta = Q \times \Sigma \rightarrow Q$,
 $D(\delta) = Q \times \Sigma$

zobecněná přech. fce. : $\delta^* = Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$
zobecněná: $D(\delta^*) = Q \times \Sigma^*$

S pomocí zobecněné přechodové funkce definujte řetězec w zamítnutý deter. rozpoznávacím automatem.

Automat A akceptuje řetězec $w \Leftrightarrow L(A) = \{w; w \in \Sigma^* \wedge \delta^*(q_0, w) \in F\}$ v opačném případě $w \notin \Sigma^* \vee \delta^*(q_0, w) \notin F$.

$$\delta^*(q_1, w) = q_2$$

q_1 je počáteční stav

q_2 je stav, který není koncový.

Uveďte alespoň 3 oblasti, kde se používají automatové modely.

Umělá inteligence, logické řízení, automobilový průmysl, potravinářský průmysl, strojírenství, semaforey, nápojové automaty.

Uveďte definici deterministického rozpoznávacího automatu. Vysvětlete význam všech použitých symbolů.

$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$	Q	konečná neprázdná množina stavů
	Σ	konečná neprázdná množina vstupů
	$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$	přechodová funkce
	$q_0 \in Q$	počáteční stav
	$F \subseteq Q$	množina koncových stavů

Uveďte definici deterministického klasifikačního automatu. Vysvětlete význam všech použitých symbolů.

$A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \{Q_i\})$	$\{Q_i\}$	rozklad množiny stavů
	Q	konečná neprázdná množina stavů
	Σ	konečná neprázdná množina vstupů
	$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$	přechodová funkce
	$q_0 \in Q$	počáteční stav

Uveďte definici Mooreova a Mealyho konečného automatu. Vysvětlete význam všech použitých symbolů.

$A = (Q, \Sigma, \sigma, \delta, q_0, \lambda)$	σ	množina výstupních symbolů
výstupní funkce	$\lambda : Q \rightarrow \sigma$	Mooreův, hladinové výstupy, výstup je generován ve stavu
	$\lambda : Q \times \Sigma \rightarrow \sigma$	Mealyho, pulzní výstupy, výstup je generován při přechodu
	Q	konečná neprázdná množina stavů
	Σ	konečná neprázdná množina vstupů
	$q_0 \in Q$	počáteční stav

Uveďte definici nedeterministického konečného automatu. Vysvětlete význam všech použitých symbolů.

$A = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$	$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{e\}) \rightarrow P(Q)$	přechodová funkce, $P(Q)$ je množina všech podmnožin Q
	$S \subseteq Q$	množina počátečních stavů
	$F \subseteq Q$	množina koncových stavů
		nejednoznačně určený počáteční stav, nejednoznačné přechody, e – přechody

Vysvětlete rozdíl mezi klasifikačním a rozpoznávacím automatem.

Rozpoznávací automat o každém vstupním řetězci vydá odpověď ano/ne (akceptuje/zamítá)

Klasifikační automat každý řetězec zařadí do jedné z n tříd.

Automat s výstupní fcí. vstupní řetězec transformuje na výstupní.

Vysvětlete rozdíl mezi Mooreovým a Mealyho konečným automatem.

Mooreův, hladinové výstupy, výstup je generován ve stavu,

Mealyho, pulzní výstupy, výstup je generován při přechodu, obecnější než Mooreův.

Vysvětlete rozdíl mezi přechodovou a výstupní funkcí konečného automatu.

$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ určuje do jakého stavu se automat přesune v závislosti na momentálním stavu a vstupním symbolu

Výstupní funkce určuje výstupní hodnotu:

$\lambda : Q \rightarrow \sigma$ Mooreův, hladinové výstupy, výstup je generován ve stavu. Výstupy Mooreových automatů jsou přímo kopii jeho stavů

$\lambda : Q \times \Sigma \rightarrow \sigma$ Mealyho, pulzní výstupy, výstup je generován při přechodu

Vysvětlete rozdíl mezi přechodovou funkcí deterministického a nedeterministického konečného automatu.

$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ determi., ze stavu se přesune do stavu následujícího podle vstupního symbolu (jasně určen následující stav)

$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{e\}) \rightarrow P(Q)$ nedeter., ze stavu se přesune do stavů následujících podle vstupního symbolu a e (nejednoznačný počáteční nebo následující stav, e-hrany,)

Kdy je rozpoznávací konečný automat deterministický?

nebudou jednoznačně určeny počáteční stav, nebudou jednoznačné přechody, žádné e-přechody

Kdy nedeterministický konečný automat akceptuje e?

$$S \cap F \neq \emptyset$$

Reprezentace konečného automatu.

tabulka, stavový strom, stavový diagram

Co je konfigurace automatu?

Konfigurace konečného automatu $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ je každá uspořádaná dvojice $(q, v) \in Q \times \Sigma^*$, přičemž q je aktuální stav automatu a v je dosud nepřečtená část vstupního řetězce.

Dosud nezpracovaná část vstupního řetězce.

Kdy jsou dva automaty ekvivalentní?

1 $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ právě tehdy když $L(A1) = L(A2)$

2 $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

Jazyky a gramatiky

Co je abeceda?

Konečná neprázdná množina. Prvky se nazývají písmena.

Co je jazyk?

Libovolná množina řetězců nad neprázdnou abecedou Σ . $L \subseteq \Sigma^*$

Co je regulární množina nad abecedou A?

Množina řetězců vytvořených z A, ke které existuje konečný automat, jenž ji rozpoznává.

Definujte pojem jazyk akceptovaný automatem.

Automat $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ akceptuje jazyk $L(A) = \{w; w \in \Sigma^* \wedge \delta^*(q_0, w) \in F\}$

Definujte pojem jazyk generovaný gramatikou.

Jazyk $L(G)$ generovaný gramatikou je množina řetězců, pro něž platí: $L(G) = \left\{ w; w \in T^* \wedge S \xRightarrow{*} w \right\}$.

Definujte pojem přímé přepsání řetězce w na řetězec z.

$w \Rightarrow z \Leftrightarrow \exists x_1, x_2, u, v \in (N \cup T)^* : w = x_1 u x_2 \wedge z = x_1 v x_2 \wedge u \rightarrow v \in P$

Formulujte základní úlohu teorie jazyků.

Jak zjistit, zda řetězec patří do daného jazyka? [syntaktická analýza]

Překlad řetězce. [sémantická analýza, generování]

Jaké znáte způsoby popisu formálního jazyka?

slovní, společnou vlastností, výčtem

Množinový – vhodný pro jednoduché úlohy

Akceptační – automatem, který jazyk rozpoznává

Generativní – gramatikou, pravidly pro vytváření řetězců

Kdy je gramatika typu 3 v regulárním tvaru?

Má-li pravidla pouze ve tvaru: $X \rightarrow aY, X \rightarrow e, X, Y \in N, a \in T$.

Obecně popište tvar pravidel gramatiky typu 2. Uveďte konkrétní pravidlo, které je typu 2 a přitom není typu 3.

bezkontextová, $X \rightarrow \gamma, X \in N, \gamma \in (N \cup T)^*, S \rightarrow AB, S, A, B \in N$

Uveďte a vysvětlete definici jazyka v množinovém pojetí.

Nechť Σ je konečná neprázdná množina. Jazykem L nazveme libovolnou množinu řetězců nad abecedou Σ . $L \subseteq \Sigma^*$

Uveďte alespoň 3 oblasti, kde se používá formální jazyk.

Syntaktická analýza, vyšší programovací jazyky, jednoduché úlohy umělé inteligence, lexikální analýza.

Vysvětlete rozdíl mezi uzávěrem a iterací množiny.

Uzávěr Σ^+ – množina všech neprázdných řetězců vytvořených z písmen abecedy Σ

Iterace $\Sigma^* = \Sigma^+ \cup \{e\}$ – množina všech řetězců vytvořených z písmen abecedy Σ včetně prázdného

Co je gramatika?

Uspořádaná čtveřice $G = (N, T, S, P)$,

N....množina neterminálních symbolů

T....množina terminálních symbolů

S z N počáteční symbol

P....množina přepisovacích pravidel

Teorie informace

Co říká Mc Millanova věta?

Pro každé jednoznačně dekódovatelné kódování platí Kraftova nerovnost.

Co znamená, že kód opravuje t-násobné chyby? Kdy je kód schopen opravovat t-násobné chyby?

K opravuje t chyby \Leftrightarrow vzdálenost $d(v, w) < d(x, w) \quad \forall x \in K, x \neq v$ při vyslání $v \in K$ a přijetí $w \in T^n$ s t-nás chybou.

Definujte diskrétní zdroj informace bez paměti a jeho redundanci, střední entropii.

Vyslání jednotlivých znaků tvoří nezávislé jevy, to jaký znak bude vyslán n-tý nezávisí na n-1 znacích vyslaných před ním.

$$\rho = 1 - \frac{H(x)}{\log_2(n)}, \quad H(x) = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \cdot \log_2(p(x_i))$$

Formulujte a vysvětlete podmínku jednoznačné dekódovatelnosti.

$K^* : A^* \rightarrow B^*$ A – zdrojová abeceda, B – kódová abeceda

K^* musí být injektivní zobrazení \Rightarrow každé kódové slovo má nejvýše jedno zdrojové slovo. (K je prosté zobrazení)

Jakou minimální Hammingovu vzdálenost musí mít kód, aby mohl opravovat t-násobné chyby?

$$h = (t * 2) + 1$$

$$\forall t, \quad t < d_0/2 \Rightarrow 2t < d_0$$

Uveďte alespoň 3 důvody, proč se používá kódování.

přizpůsobit přenášené zprávy abecedě kanálu (protokolu)

zvýšení odolnosti proti rušení [bezpečnostní kódy]

efektivnější využití média [kódy s minimální střední délkou, komprese]

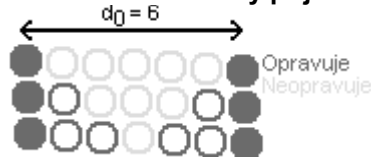
utajení informace [šifrování, kryptování]

Zformulujte Kraftovu nerovnost. O čem vypovídá?

Při kódování n znaky lze sestavit prefixový kód $\Leftrightarrow \sum_1^r n^{-\alpha_i} \leq 1$, α_i je délka i-té kódové značky. McMillanova věta.,

$$n^{-\alpha_1} + n^{-\alpha_2} + \dots + n^{-\alpha_r} \leq 1$$

Znárodně všechny přijímací strategie, které lze použít u kódu s minimální Hammingovou vzdáleností 6.



Jakou minimální vzdálenost musí mít kód, aby byl schopný jednonásobné chyby detekovat a dvojnásobné opravovat?

d = 3

Kódování a kódy

Co mají společného Hammingovy a Golayovy kódy?

Jsou to perfektní kódy, jejich redundance je minimální, opravují chyby, Ham. 1x, Gol. 3x.

Jak kontroluje příjemce systematického cyklického kódu přijatou značku?

Násobením s kontrolním polynomem $h(x)$ v T^n (Z_2).

$w(x) * h(x) = 0$, přijatou značku vynásobí kontrolním polynomem (operace nad $T^{(N)}$)

Jak počítá příjemce lineárního kódu syndrom, na čem tento syndrom závisí?

$s = He = H^*w$, závisí pouze na chybě e , $e = 0 \Rightarrow s = 0$, $s = 0 \Rightarrow e \in K$

Jak se provádí kódování informační části u systematického cyklického kódu s generujícím polynomem $g(x)$.

délka informační části = k ; stupeň $g(x) = r$; $n=k+r$; g, G je vzestupně; u, h, v, H je sestupně;

$$v(x) = u(x)x^{n-k} + r(x) \qquad r(x) = (u(x)x^{n-k}) \% g(x) \qquad (x^n \pm 1) \div g(x) = h(x)$$

Jaký minimální počet kontrolních prvků musí mít kód, umožňující při kódování k -prvkových informačních částí opravy jednoduchých chyb?

$2^r = r + k + 1$, r – počet kontrolních, k – počet informačních, $n = k + r$ – celkový počet prvků

K čemu se používají Hammingovy a Golayovy kódy?

Hammingovy – opravují jednoduché chyby, mají minimální myslitelnou redundanci (jsou perfektní)

Golayův – perfektní kód pro trojnásobné opravy

Uveďte rozměr a vlastnosti kontrolní matice H lineárního kódu.

$n - k$ řádků, n sloupců, slovo $v \in T^{(n)}$ je kódovým slovem $\Leftrightarrow Hv = 0$, řádky jsou lineárně nezávislé

Uveďte stupeň a vlastnosti generujícího polynomu cyklického kódu.

Stupeň r je roven stupni $g(x)$. $K = \{q(x)g(x); q(x) \in T^{(n)}\}$ všechny násobky $g(x)$, $g(x), x, \dots, x^{k-1}g(x)$ báze kódu K , dělí $(x^n \pm 1)$ beze zbytku

nesystematický – binární hodnota syndromu určuje pozici, kde došlo k chybě

Jak se provádí kódování informační části u nesystematického cyklického kódu s gen. mnohočlenem

Z informačních znaků vytvoříme polynom $u(x)$ stupně $< k$. Následně

$$v(x) = u(x) * g(x)$$

Co znamená, že kód objevuje t -násobné chyby?

Kód K objevuje t -násobné chyby, jestliže při vyslání libovolného kódového slova a vzniku libovolné t -násobné chyby je přijaté slovo vždy nekódové.

Každé nenulové slovo má Hammingovu váhu $\|v\| > t$.

Výrokový počet

Co to znamená, že je systém axiomů úplný a bezesporný?

Úplný systém axiomů – každá výroková tautologie je formálně dokazatelná.

Bezesporný – nelze najít axiom nebo jeho negaci formálně dokazatelnou v teorii T.

Formulujte pravidlo Modus Ponens, k čemu se používá?

Je-li A a $A \rightarrow B$ výroková tautologie, je i formule B výroková tautologie.

K dokázání, že je formule výrokovou tautologií pomocí dedukce.

Jaký je rozdíl mezi formulací, která není splnitelná a kontradikcí?

Kontradikce – formule je nepravdivá pro jakékoliv pravdivostní hodnoty proměnných ve formuli.

Nesplnitelná formule – formule je nepravdivá pro alespoň jedno přiřazení pravdivostních hodnot proměnným ve formuli.

Jaký je rozdíl mezi tautologií a splnitelnou formulí?

Tautologie – formule je pravdivá pro jakékoliv pravdivostní hodnoty proměnných ve formuli

Splnitelná formule – formule je pravdivá pro alespoň jedno přiřazení pravdivostních hodnot proměnným ve formuli.

Kolik existuje různých logických funkcí 3 proměnných?

$$2^{2^n} \Rightarrow n = 3 \Rightarrow 2^{2^3} = 256,$$

Jaký je rozdíl mezi formulací, která není splnitelná a kontradikcí?

Žádný rozdíl mezi nimi není.

Obě formule jsou nepravdivé pro libovolné pravdivostní hodnoty výrokových proměnných

Zformulujte podmínky, které musí být splněny, aby bylo platné „Formule B logicky plyne z formulí A1,A2,A3.“.

$\Leftrightarrow (A1 \wedge A2 \wedge A3) \Rightarrow B$ je výrokovou tautologií.

Jaky je rozdíl mezi tautologií a kontradikcí?

Tautologie je pravdivá pro jakékoliv pravdivostní hodnoty. Kontradikce je nepravdivá pro libovolné pravdivostní hodnoty.

Co je to model teorie?

M je modelem teorie T právě tehdy, když $M \models A$ pro všechny $A \in T$.

Co znamená, že formule A je formálně dokazatelná v teorii T?

Konečná posloupnost formulí taková, že poslední člen je formule A a každá z předchozích formulí je buď axiom výrokového počtu nebo patří do T nebo se získá z předchozích formulí odvozením pravidel modus ponens.

značení T|-A